LA GESTIONE DI UNA SITUAZIONE DI CLASSE: UNO STUDIO SULLA MOLTIPLICAZIONE IN SECONDA PRIMARIA.[1]

(PRIMA PARTE)[2]

Maria POLO[3], Monica ALBERTI, Lucia CIRINA[4], Silvana SABA[5]

PREMESSA

Il ruolo fondante delle interazioni sociali nell'apprendimento è un risultato condiviso da tutti i settori di ricerca che affrontano questioni legate allo studio delle caratteristiche del processo di insegnamento/apprendimento in contesto scolastico.
Nell'ottica di una crescente centralità che anche gli studi del settore della Didattica disciplinare, e della matematica in particolare, assegnano al ruolo e alla complessità degli atti comunicativi della pratica scolastica, il presente lavoro cerca di analizzare le condizioni, le variabili e i vincoli che regolano la mediazione dell'insegnante quale attore della progettazione e della gestione delle attività di classe.
Nello specifico analizziamo le modalità di gestione di due attività di risoluzione di problemi sulla moltiplicazione realizzate in una seconda primaria, da un insegnante-ricercatore e osservate da due ricercatori. L'osservazione della pratica pone di per sé questioni complesse dal punto di vista delle metodologie e degli strumenti delle ricerche in ambito educativo; non è oggetto di questo lavoro fornire risposte in tal senso quanto porre alcune questioni aperte sui paradigmi teorici di riferimento che possano rivelarsi pertinenti. Lo studio tende quindi ad individuare ed interpretare le interazioni che si producono tra gli elementi del sistema (insegnante, allievo, sapere) nell'ambiente classe (*milieu*[6]) senza la presunzione di cogliere l'interezza della mediazione degli scambi comunicativi, ma cercando di focalizzare alcuni aspetti che possano caratterizzare il ruolo dell'insegnante. In linea con l'importanza che va riacquistando oggi l'attività di risoluzione di problemi e il ruolo del laboratorio

---

[1] Lavoro eseguito nell'ambito del finanziamento fondi locali ex 60% - 2006. Al testo del presente articolo, risultato del lavoro di ricerca in collaborazione degli autori, hanno dato il loro contributo: Maria Polo per la stesura del paragrafo 1, S. Saba, Monica Alberti e Lucia Cirina del paragrafo 2, Monica Alberti e Lucia Cirina per la stesura del paragrafo 3.
[2] I riferimenti bibliografici saranno riportati nella seconda parte dell'articolo che verrà pubblicato nel numero 2, 2008.
[3] Dipartimento di Matematica e Informatica – Cagliari e CRSEM.
[4] Dottorato in Storia-Filosofia e Didattica delle Scienze – Scienze della Formazione - Cagliari e CRSEM.
[5] Insegnante della classe in cui è stata realizzata l'esperienza - Scuola Elementare "Italo Stagno" – Cagliari e CRSEM.
[6] Il termine *milieu* è inteso nel senso introdotto da Brousseau (1998), ovvero come il sistema antagonista di chi apprende, nel quale sono da noi ritenuti peculiari gli aspetti linguistici, culturali e sociali delle interazioni comunicative rese possibili in tale ambiente.

esperenziale e cognitivo[7], le attività presentate sono state realizzate nella programmazione curricolare abituale e in tal senso non si configurano quali sperimentazioni di pratiche innovative. Tuttavia, poiché l'insegnante di classe è un'insegnante-ricercatore di esperienza, i risultati della nostra analisi, sugli aspetti di mediazione didattica da lei messi in opera, sono dei potenziali descrittori di modalità o metodologie di insegnamento riproducibili e produttrici di apprendimenti significativi.

1. LA PROBLEMATICA AFFRONTATA NELLO STUDIO

Negli ultimi quindici anni numerose ricerche sia nell'ambito della Didattica della Matematica che delle Scienze cognitive, hanno affrontato la problematica dell'apprendimento della moltiplicazione analizzando sia lo sviluppo del pensiero moltiplicativo (Vergnaud, 1994; Brousseau, 1998; Fischbein, 1998) che l'evoluzione delle strategie di risoluzione delle moltiplicazioni (Siegler, 1995; Sherin e Fuson, 2005). I primi hanno individuato nel salto concettuale del passaggio dalla struttura additiva della moltiplicazione in N a quella moltiplicativa uno degli aspetti fondanti il processo di apprendimento della moltiplicazione. I secondi hanno dimostrato che l'uso delle strategie relative all'operazione di moltiplicazione segue un andamento evolutivo, che dipende anche dall'ordine di grandezza dei fattori. La scelta della strategia da adottare per risolvere più generalmente un quesito aritmetico, secondo questi studi, sarebbe guidata da un processo automatico (di recupero dalla memoria) basato su un criterio interno del "livello di fiducia", inteso come la soglia al di sotto della quale il soggetto avverte l'incertezza di rispondere correttamente.
Più l'associazione tra l'operazione da risolvere e la risposta è forte, maggiore sarà la probabilità che questa risposta venga recuperata, in un processo automatico.
Si suppone quindi che esista nella mente una distribuzione di "forze di attivazione", che si modifica in base alle risposte generate in precedenza per quello stesso quesito, alle operazioni implicate ed alla frequenza di presentazione del quesito. L'atto conoscitivo includerebbe in memoria le associazioni tra i quesiti aritmetici e le risposte potenziali, sia corrette che sbagliate. In senso evolutivo, tali studi ritengono che i bambini facciano sempre più uso della strategia del recupero, che diventa via via più rapido e corretto perché le associazioni tra operazione e risultato della stessa si fanno sempre più forti, a discapito delle strategie più lente, come quella del conteggio. I risultati degli studi sulle caratteristiche peculiari del processo di apprendimento della moltiplicazione, che abbiamo brevemente sintetizzato, hanno costituito uno dei riferimenti teorici per il nostro lavoro centrato sull'analisi del ruolo della mediazione dell'insegnante nell'evoluzione dello stesso processo in situazione scolastica.
Accogliendo l'assunto che l'apprendimento è un processo sociale di negoziazione di significati all'interno dell'ambiente classe (Cobb, 1997; Vygotskij, 1990), per comprendere tale processo risulta necessario cogliere la globalità delle interazioni

---

[7] Si vedano le indicazioni della proposta della commissione UMI-CIIM del Curricolo di Matematica 2001-2003 www.dm.unito.it

dialogico sociali caratteristiche del processo di insegnamento/apprendimento. La Teoria delle Situazioni (Brousseau, 1986) e la Teoria della Trasposizione Didattica (Chevallard, 1985) forniscono uno dei modelli possibili di descrizione di tale processo, affermando la necessità e la possibilità dello studio delle mutue relazioni caratterizzanti il *sistema didattico Insegnante-Alunno-Sapere- Ambiente di apprendimento*[8].

1.1. LA MEDIAZIONE DELL'INSEGNANTE

La complessità del processo di insegnamento apprendimento è messa in evidenza dal modello di Dunkin e Biddle, 1974, dove sono identificate alcune variabili che intervengono e interagiscono in tale processo. Il modello è stato da noi modificato inserendo alcuni elementi, che provengono dai risultati della Teoria delle Situazioni Didattiche introdotta da Brousseau (1986) e dalle nostre ricerche, al fine di mettere in evidenza alcuni elementi potenzialmente interpretativi e predittivi della *posizione insegnante*[9].

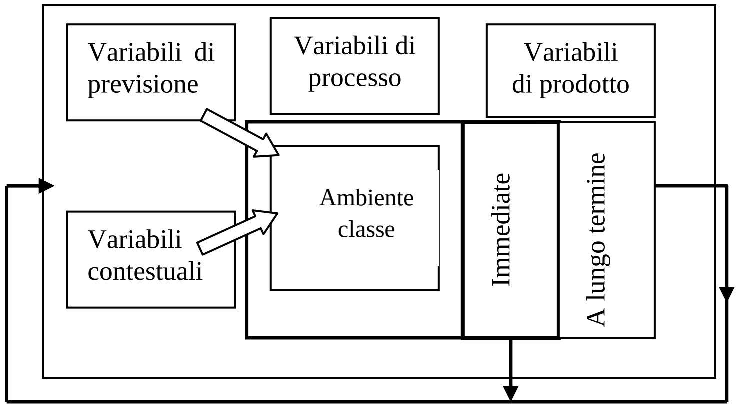


Figura 1

Il modello considera, come potenziali descrittori del processo, variabili di natura diversa: di previsione, contestuali, di processo e di prodotto (Fig.1 e dettaglio in Fig.2 e 3). Le variabili di previsione si riferiscono alla posizione insegnante, le variabili contestuali alla posizione alunno, quelle di prodotto identificano gli effetti del processo. Il modello individua infine le variabili di processo che descrivono il processo in atto nell'ambiente classe. Abbiamo inserito un indicatore di temporalità denominato *variabili di prodotto immediate* e le frecce che dalle variabili di prodotto riconducono alle variabili di previsione e di contesto che non comparivano nel modello originale. Sono queste le variabili che entrano in gioco nell'analisi che noi proponiamo della mediazione dell'insegnante nella gestione delle attività di classe. Nella figura 2, che fornisce il dettaglio degli indicatori relativi alle variabili di previsione e di contesto abbiamo inserito[10] i termini che identificano alcuni dei

---

[8] *Milieu nella terminologia introdotta da Brousseau, 1986.*
[9] Polo 2002
[10] Cfr. termini sottolineati

risultati delle ricerche recenti dell’ambito della psicologia e della pedagogia (Gardner, 1987; Pellerey, 1989; Castoldi, 1999) e della Didattica della Matematica (Radford 2006, Zan 2007). Infine nella figura 3, che entra nel dettaglio degli indicatori relativi alle variabili di processo e di prodotto, abbiamo inserito i termini che identificano i processi di devoluzione e istituzionalizzazione che utilizziamo nel senso individuato da Chevallard (1985) e Brousseau (1986).

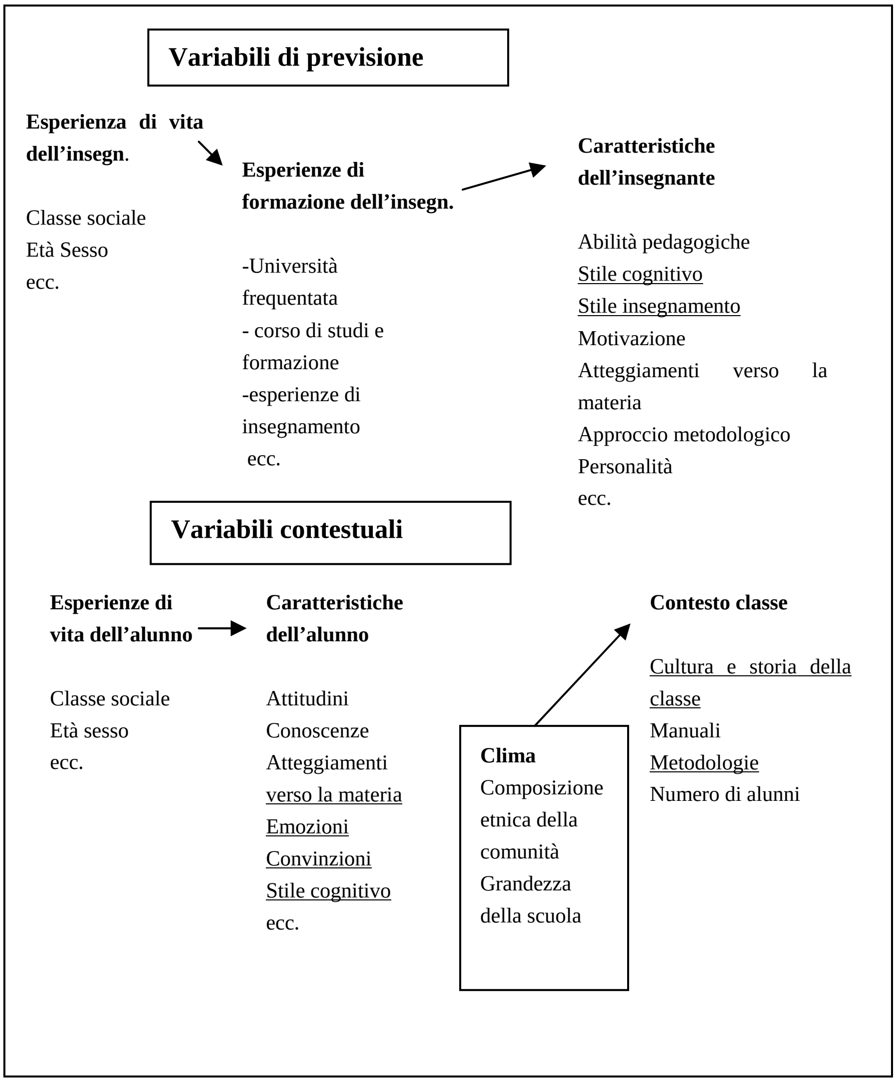


Figura 2

La Teoria delle Situazioni didattiche fornisce uno strumento di analisi del processo di insegnamento/apprendimento assegnando un ruolo cruciale al processo di devoluzione inteso come la condizione di funzionamento della *pratica didattica* nella quale l’insegnante è mediatore dei processi di apprendimento con interventi neutri rispetto al sapere in fase di costruzione. La devoluzione è il processo per mezzo del quale l'allievo, anche attraverso la mediazione dell'insegnante, "accetta" la responsabilità di una situazione di apprendimento (a-didattica) o di un problema e l'insegnante "accetta" egli stesso le conseguenze di questo transfert (Brousseau, 1988, p.325; in Sarrazy, 1998). In altri termini, l'insegnante non fornisce risposte (né esplicite né implicite) e "accetta" gli errori momentanei riguardanti il sapere in fase di acquisizione. Può correggere errori riguardanti invece altri saperi – in particolare i saperi classificati a priori come prerequisiti – in gioco nell'attività. (Polo, 2002).

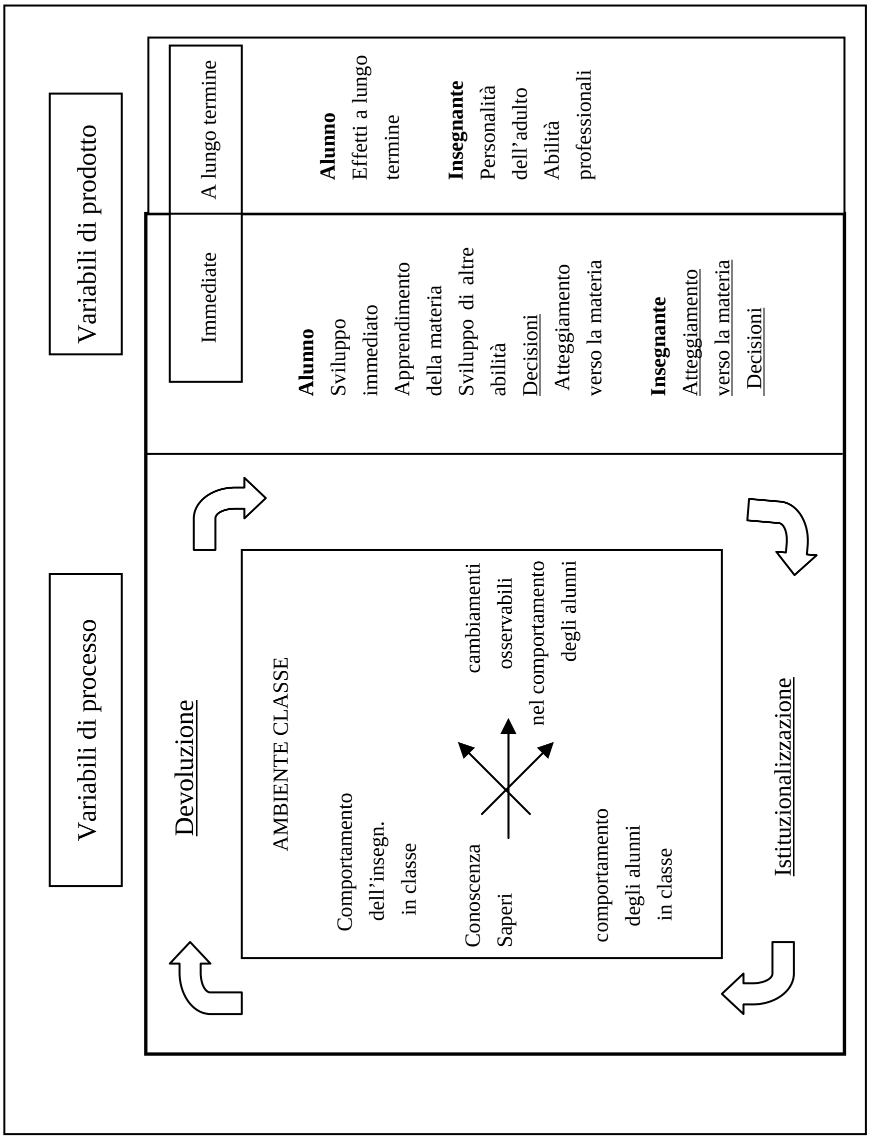


Figura 3

Il processo di Istituzionalizzazione del sapere, inverso a quello di devoluzione, tende a produrre, nel gruppo classe, una condivisione consapevole e l’identificazione del sapere costruito. Il Contratto didattico sarebbe, secondo la Teoria delle Situazioni, il fenomeno regolatore dell’interazione tra i due processi; l’evoluzione dell’insegnamento e dell’apprendimento è determinata da un processo continuo di rotture e rinegoziazioni del contratto didattico.

1.2. L’OSSERVAZIONE IN CONTESTO SCOLASTICO

Come è possibile cogliere la complessità delle interazioni che regolano il funzionamento del *sistema didattico*? Quali metodi e quali strumenti di ricerca sono in grado di cogliere e analizzare l’interazione tra processi di devoluzione e istituzionalizzazione delle conoscenze e dei saperi ?
Queste domande aprono un dibattito di notevole interesse inerente la metodologia specifica da utilizzare in didattica della matematica ma, per quanto se ne riconosca l’importanza, non può esser affrontato in questo contesto. Il nostro discorso verterà su una delle tecniche di ricerca utilizzate in ambito educativo: l’osservazione. “*Come metodo di ricerca scientifica, l’osservazione è una pratica insostituibile per analizzare e comprendere le condizioni fattuali in situazioni educativo- didattiche sia nelle loro evenienze generali che in quelle singolari, sia nelle loro complessive configurazioni spazio-temporali, culturali e sociali che nelle più interne variabili e dinamiche internazionali. Gran parte di ciò che sappiamo e possiamo sapere sull’evento educativo dipende dalla ricerca osservativa*.” (Amplatz, 1999)
L’osservazione risulta perciò una metodica adatta all’analisi del processo di insegnamento- apprendimento anche se occorre sottolineare come non esista un'unica tipologia di osservazione da ritenersi valida in assoluto e di conseguenza un unico metodo di lavoro. Tra i limiti dell’osservazione scientifica, va segnalato che essa non è una metodica “obiettiva” tout-court, infatti essa è sempre esposta a distorsioni di interpretazione e alla soggettività. Una soggettività legata e guidata principalmente dal costrutto teorico che ne permette a priori la delimitazione del campo di indagine determinando cosa e come osservare, e a posteriori l’interpretazione dei risultati di ricerca.
Dal punto di vista della didattica risulta fondamentale tenere in considerazione la globalità del sistema didattico; infatti, anche se l’osservazione si rivolge principalmente ad un aspetto (nel nostro caso all’elemento insegnante), i dati dell’osservazione vanno sempre interpretati in relazione a tutto il sistema. L’esigenza di cogliere la complessità del sistema didattico ci ha condotto ad utilizzare diverse modalità di rilevazione dei dati: abbiamo osservato le attività in classe e intervistato l’insegnante prima e dopo l’attività, raccolto e analizzato i protocolli degli alunni attraverso metodi quantitativi e qualitativi.

2. L’ESPERIENZA IN 2^ PRIMARIA

Riportiamo, con le parole dell’insegnante di classe, alcuni elementi informativi (variabili di contesto) della scuola e della classe in cui l’esperienza è stata realizzata.

"La classe, inserita in una scuola organizzata con il tempo pieno, è numerosa e vivace e composta di 23 alunni di cui uno diversamente abile e alcuni problematici dal punto di vista comportamentale.
Quest'anno gli alunni sono maturati nella capacità attentiva e di concentrazione anche se permangono per alcuni tempi piuttosto brevi, soprattutto nelle attività individuali. Nel corso dell'anno è ulteriormente migliorata la capacità di partecipare a discussioni collettive e ad attività di gruppo. Fin dalla prima classe, infatti, le attività vengono impostate secondo il metodo della ricerca e dell'apprendimento cooperativo: problematizzare, fare congetture, giustificare e argomentare le affermazioni e le scoperte, confrontarsi con opinioni diverse, condividere o dissentire, verificare, far nascere altri problemi…
Anche in questo anno scolastico la classe è stata coinvolta in vari progetti, finalizzati all'arricchimento dell'offerta formativa, che diventano parte integrante della programmazione annuale e sono portati avanti dalle insegnanti di classe in percorsi interdisciplinari. Tra questi, particolarmente gradito agli alunni e significativo per i suoi aspetti formativi, è ancora attualmente in fase di realizzazione il progetto "Gli scacchi a scuola" che prevede 10 laboratori con esperto esterno. La scacchiera, gli scacchi, i movimenti delle pedine, sono stati, con l'insegnante di classe, non solo occasione per imparare e per fare nuovi giochi (Rugby chess, che si gioca solo con i pedoni…) o per progettare e costruire oggetti con materiale di recupero (scacchiere, scacchi…) ma anche oggetto di osservazione e discussione, ricerca di strategie e scoperte (…la diagonale ha più caselle nere delle righe o delle colonne…) e spunto per impostare-estrapolare-inventare-risolvere situazioni problematiche di diverso tipo. Gli scacchi sono stati così interpretati e usati come scenario dell'"ambiente di apprendimento", come mezzo per avvicinare e introdurre gli alunni a concetti matematici di aritmetica, geometria, logica ..."

I problemi, riportati di seguito, oggetto delle situazioni problematiche che analizziamo in questo articolo sono stati "inventati" ad hoc dall'insegnante di classe e si inserivano tra le prime attività di risoluzione di problemi moltiplicativi finalizzate alla presa di consapevolezza della pertinenza, in funzione del contesto e dei dati del problema, del superamento delle strategie risolutive basate esclusivamente sulla addizione ripetuta. Le attività sono state realizzate in classe a distanza di 10 giorni al mattino in orario curricolare.

Problema 1: *Le pedine degli scacchi*
All'ora di ricreazione 4 alunni della 2^A giocano a scacchi e usano i tappi come pedine. Ogni giocatore prende dalla scatola 16 tappi di un colore diverso da quello dell'avversario. Quanti tappi toglieranno in tutto dalla scatola?

Problema 2: *Le caselle nere*
Denise ha disegnato una scacchiera e deve colorare tutte le caselle nere.
In ogni riga ce ne sono 4. Quando ha finito di colorare la sesta riga deve interrompere perché è ora di pranzo.
Sai dire quante caselle nere ha già colorato Denise?

L'osservazione delle due attività proposte in classe ha permesso di individuare e distinguere quattro fasi di gestione della situazione di classe da parte dell'insegnante:

Prima fase: ***introduzione dell'attività da parte dell'insegnante***

In entrambe le attività questa primissima fase ha avuto una durata di 7 minuti. Nel secondo problema l'insegnante ha ritenuto opportuno far visionare nuovamente la scacchiera riepilogando assieme ai bambini le sue caratteristiche principali. Infatti per la risoluzione del problema era necessario effettuare un'inferenza sul testo, ricordando come era strutturata una scacchiera (8 caselle per lato, alternate per colore bianco e nero). L'insegnante legge inizialmente il testo del problema per aiutare la rappresentazione mentale della situazione problematica solo successivamente detta il testo. Dopo aver proposto la situazione problematica; l'insegnante chiede ai bambini di risolverla individualmente senza esplicitare verbalmente alcun tipo di difficoltà, perché, come consuetudine di lavoro secondo un clima di laboratorio, ciascun alunno deve esplicitare per iscritto sul proprio quaderno la sua risposta, la strategia risolutiva e una spiegazione del ragionamento che lo ha condotto a fornire la risposta.

La lettura e scrittura dei problemi sul quaderno, ha richiesto 12 minuti per il primo problema e 9 minuti per il secondo.

Seconda fase: ***risoluzione individuale***

Gli alunni sono impegnati nella **risoluzione individuale del problema**, rileggono il testo, sottolineano le informazioni rilevanti e procedono creandosi un proprio percorso risolutivo. Alcuni bambini scelgono di rappresentare graficamente la situazione problematica, per poi individuare una strategia di calcolo, che non sempre richiede la scrittura esplicita di un'operazione (come in tabella 2, risoluzione 2d), altri non effettuano rappresentazione grafica (come in tabella 1, risoluzione 1e) per passare direttamente a spiegare come hanno risolto il problema; altri ancora rappresentano graficamente, effettuano un calcolo scritto e spiegano il procedimento.

Per terminare il primo problema l'intera classe ha impiegato 33 minuti, mentre per il secondo 20 minuti. È importante sottolineare che l'insegnante ha scelto di dare la possibilità a tutti di completare il problema per consentire il contributo di ciascun bambino nella discussione che, in tutte e due le attività, ha fatto seguito alla fase della risoluzione individuale. In questa seconda fase, l'insegnante passa tra i banchi, incoraggia o chiede chiarimenti, ma non fornisce alcuna risposta né correzione di risposte o di strategie di risoluzione errate.

Terza fase: ***discussione collettiva***

L'insegnante chiede ai bambini di **raccontare quali difficoltà** hanno incontrato nel tentativo di risolvere il problema e in che modo autonomamente lo abbiano risolto. Durante la fase di risoluzione individuale, l'insegnante ha già potuto osservare le difficoltà che hanno incontrato i bambini e come ognuno le abbia risolte e ne tiene conto nell'avviare questo tipo di discussione.

La riflessione sulle difficoltà rende necessario **ricostruire il testo problematico**, così da far emergere le informazioni importanti che occorreva tenere presenti nel tentare di risolvere il problema e da rendere esplicito il significato rilevante di alcune parole nel testo. Perciò l'insegnane chiede ai bambini di esplicitare la richiesta del problema, che porta all'esigenza di raccontare/ricostruire la situazione problematica.

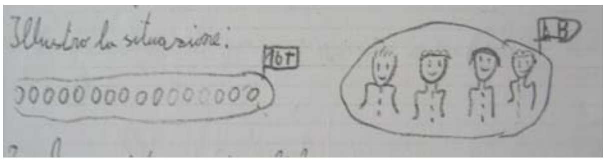
Questa fase si è svolta in 50 minuti circa per entrambe le attività.

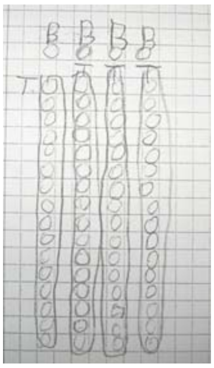
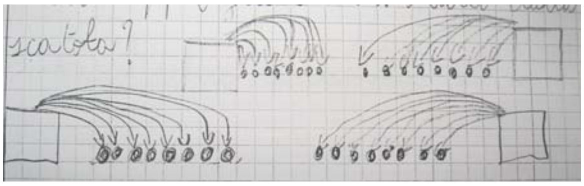
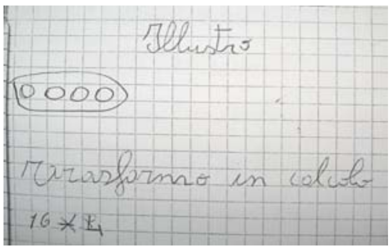
Quarta fase: ***"Continuo il testo"***
In questa fase l'insegnante chiede ai bambini di proseguire il problema inventando una nuova situazione. Tutti gli alunni hanno proseguito il testo problematico inventando una nuova situazione che fosse attinente al contenuto del problema.

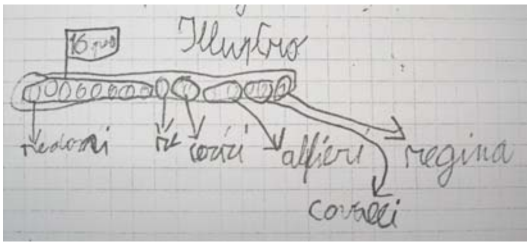
2. 1. ANALISI DEGLI ELABORATI

Nelle tabelle seguenti, per ciascun problema, sono stati raggruppati e numerati per tipologia i percorsi risolutivi e le risposte date dai bambini nella fase di risoluzione individuale. Ciascuna tipologia, è accompagnata da un esempio rappresentativo che riporta la trascrizione integrale dell'elaborato dal bambino. Nel problema 1, su 17 bambini presenti, 9 hanno risposto utilizzando la moltiplicazione; 3 hanno utilizzato sia la moltiplicazione che l'addizione; gli altri 5 hanno eseguito addizioni o sottrazioni non pertinenti o considerato non risolubile il problema. Nel problema 2, su 18 bambini presenti, 11 hanno risposto utilizzando la moltiplicazione 4x6; 1 ha utilizzato la moltiplicazione 3x8; 2 hanno eseguito la sottrazione; 3 hanno utilizzato il conteggio. Nelle risposte ai due problemi si evidenzia una evoluzione verso strategie di tipo moltiplicativo.

Tabella 1

PERCORSI DI RISOLUZIONE DEI BAMBINI - PROBLEMA 1		
NUMERO RISOLUZ.	**RISULTATI PER TIPOLOGIA**	**ESEMPI MODALITÀ DI RISPOSTA**
1 a	9 bambini hanno eseguito l'operazione 16X4=64	*E.*  **Foto 1** *16x4=64* *Rispondo e spiego* *Toglieranno dalla scatola in tutto 64 pedine. Io ho fatto la moltiplicazione per ripetere il 16 per 4 volte perché ogni bambino prende parti uguali. Facendo 16 per 4 ho scoperto quanti pedine prendono in tutto.*

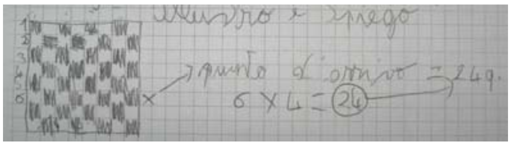
1 b	3 bambini hanno eseguito entrambe le operazioni nel seguente ordine: 16x4=64 16+16+16+16=64	*E.*  **Foto 2** *Trasformo in calcolo* *16x4=64* *16+16+16+16=64* *Rispondo e spiego* *Secondo me i calcoli potevano essere 2.* *Per scoprire quanti tappi toglieranno in tutto i 4 alunni dalla scatola o fatto un disegno, o illustrato un bambino e 16 tappi, un bambino e 16 tappi, poi un bambino e 16 tappi, invece i calcoli che o fatto sono 2 il primo e 16x4 e il secondo o aggiunto sempre 16.*
1 c	Un bambino ha svolto il compito nel seguente modo: 8 + 8= 16 8+ 8 = 16	*F.* (di F., nella tab. 3, è stato riportato “continua il testo”)  **Foto 3** Rispondo e spiego *Io per scoprire quanti tappi toglieranno dalla scatola mi sono ricordato che le pedine sono 8 e visto che i giocatori sono 4 un giocatore sfiderà un altro e quei due rimasti si sfideranno assieme perciò ogni copia prenderà in tutto 16 pedine.*
1 d	Un bambino ha effettuato la sottrazione 16 – 8 =	*M.*  **Foto 4** *Trasformo in calcolo* ~~*16-8=*~~ *16x4=* *Rispondo e spiego* *Io per scoprire dovro togliere nove ho fatto un calcolo perché poi avro 8 pezzi sulla scacchiera.*

1 e	Due bambini sostengono che il problema non può esser risolto	*O.* *Secondo me manca un'informazione: perché non c'è scritto quanti tappi ci sono nella scatola, perciò c'è una parola nascosta (parola chiave).*	L. (di L., nella tab. 3, è stato riportato "continua il testo") *Nel testo non c'è scritto il numero di tappi che ci sono dentro la scatola perciò non si sa se ci sono tutti i tappi che servono.*
1 f	Un bambino ha da dato come risposta "16"	*G.*  **Foto 5** *Rispondo* *Ne toierano 16 di tappi.* *Spiego* *Io lo scoperto legendo il testo e nel testo cera la risposta che e 16 tappi, ma per esser sicuro o fato il disegno con tutti i pezi della scacchiera ed era così. Ne tirano fuori 16 tappi.*	

Abbiamo riportato integralmente il testo riproducendo anche gli errori di ortografia, che in alcuni bambini ancora permangono; precisiamo che l'attività si è svolta a maggio quindi alla fine della seconda elementare.

Tutti i problemi riportano lo schema *rispondo e spiego* che è il risultato del processo di devoluzione rispetto alla risoluzione con spiegazione e alla organizzazione del testo scritto di un problema che inizia in prima e alla fine della seconda risulta istituzionalizzato e appreso. Quelli che utilizzano rappresentazioni diverse aggiungono: *illustro, trasformo in calcolo*. Quando necessario abbiamo inserito le note di osservazione.

Tabella 2

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA 2 – ELABORATI		
NUMERO RISOLUZ.	**RISULTATI PER TIPOLOGIA**	**ESEMPI MODALITÀ DI RISPOSTA**
2 a	10 bambini hanno svolto il compito nel seguente modo 4x6=24	*M.* *Illustro*  **Foto 6**

<table>
<tr><td></td><td></td><td>Rispondo e spiego
Denise ha già colorato 24 quadretti perché ho fatto 4x6 perhcè 4 sono i quadretti neri che ci sono nella scacchiera e 6 sono le rie con i quadretti colorati perciò Denise avrà colorato 24 quadretti neri.
Trasformo in calcolo
4x6=24</td></tr>
<tr><td>2 b</td><td>1 bambino ha eseguito l’operazione 3x8=24</td><td>F.
Illustro
(disegna la scacchiera fino alla sesta riga)

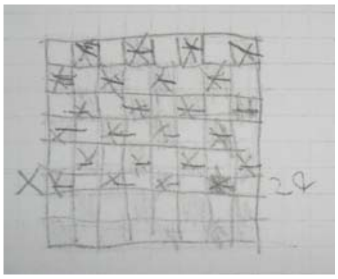
Trasformo in calcolo
3x8=24
Rispondo e spiego:
Denise ha già colorato 24 caselle nere. Per scoprirlo ho ripetuto 3 che sono le caselle nere che ha colorato in una colonna per 8 che sono i quadretti che ci sono in una colonna. Secondo me si possono fare 2 calcoli perché se fai 3x8 fa 24 e se fai 4x6 fa lo stesso 24 quindi per me si possono fare lo stesso tutti e due.</td></tr>
<tr><td>2 c</td><td>Due bambini hanno eseguito la sottrazione: 32-8=24</td><td>P.
Illustro la situazione


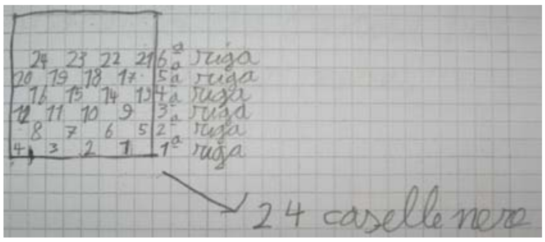
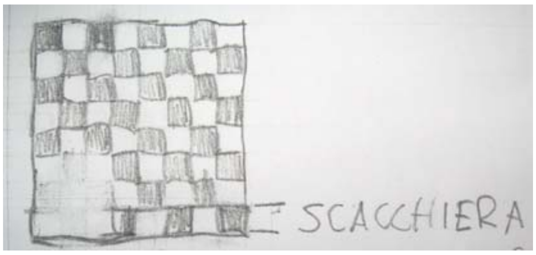
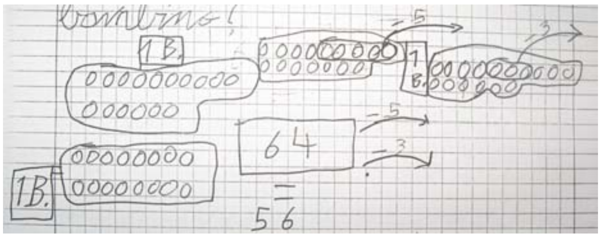
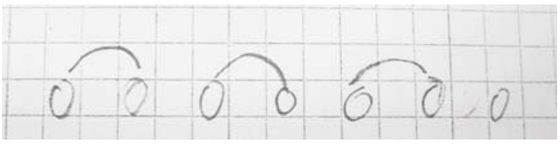
Foto 7
Trasformo in calcolo
32-8=24
Rispondo e spiego
Per scoprire che Denise ha già colorato 24 caselle nere ho fatto una sottrazione per togliere da tutte le caselle nere cioè la metà della scacchiera le 8 caselle che non a ancora colorato e 24 e la differenza fra 8 e 32.</td></tr>
<tr><td>2 d</td><td>Tre bambini hanno compiuto un conteggio per indicazione</td><td>G.


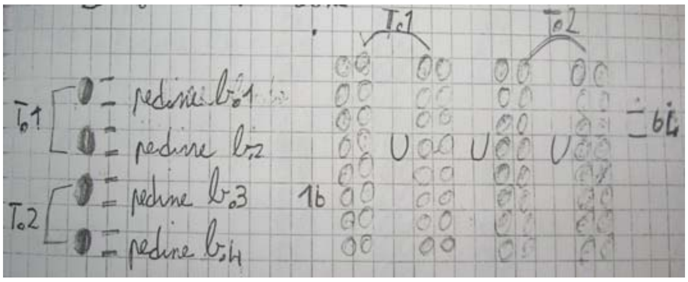
Foto 8</td></tr>
</table>

		Ne ha colorato 24 perché la scacchiera e fatta da 8 quadretti da tutte le parti e completare colorando 4 quadretti neri per 6 righe sono 24 quadretti neri.	
2 e	Un bambino ha eseguito l'operazione: 64-4=60	*M.* *Illustro*  **Foto 9** *Trasformo in calcolo* *64-4=60* *Rispondo: Denis ha già colorato 60 caselle.* *Spiego: io per scoprire quante caselle ha già colorato Denis ho fatto una sottrazione da 64 i quadretti della scacchiera 4 le caselle che non aveva ancora colorato, e ho scoperto che il risultato è 60.*	
2 f	8x4= 42 4x2= 8 42-8= 34	*L.* *Illustro* (disegna la scacchiera) *Trasformo in calcolo* ~~*8x4=42*~~ ~~*4x2=8*~~ ~~*42-8=34*~~ *4x6=24* *Rispondo e spiego* *Secondo me Denise ha colorato 24 caselle nere. Per scoprire quante caselle ha colorato Denise ho ripetuto 4 il numero di caselle nere in ogni riga per 6 volte e ho scoperto che Denise ha colorato 24 caselle nere.*	In una prima fase ha svolto il problema considerando tutte le caselle nere presenti nella scacchiera. Dopo aver confrontato il risultato ottenuto con tale calcolo e il conteggio effettuato sul disegno della scacchiera, il bambino si è reso conto che non c'era corrispondenza tra i due risultati. L. non ha riconosciuto l'errore di calcolo 4x8=42, quindi ha pensato che si trattasse di una strategia risolutiva non valida, perciò ha optato per un'altra strategia (2 a).

Nella Tabella 3 sono stati riportati alcuni esempi di modalità di "prosecuzione del testo". Tutti gli alunni hanno inventato un nuovo testo problematico: alcuni hanno scelto di continuare il testo concentrandosi sulla variabile numerica relativa ai giocatori (come in Tab. 3, 3 b) oppure solo su quella relativa ai tappi (come in Tab. 3, 3 a); altri hanno modificato entrambe le variabili numeriche (come in Tab. 3, 3 d); altri ancora hanno preferito sviluppare un aspetto del testo legato ad aspetti emozionali o del vissuto (come in Tab. 3, 3 c).

Tabella 3

"Continua il testo" problema 1	
NUMERO RISOLUZIONE	**ESEMPI MODALITÀ DI RISPOSTA**
3 a (Confronta con risposta di L. Tab. 1, 1e)	*All'improvviso uno dei 4 bambini perde 5 pezzi e un altro ne perde 3.* *1) Adesso quanti tappi ci sono in tutto?* *2) Ora quanti tappi avrà ogni bambino?*  **Foto 10** *Trasformo in calcolo* *64-5-3=56* *16-3=13* *16-5=11* *Rispondo e spiego* *Adesso in tutto ci sono 56 tappi. Ora 2 bambini hanno tutti i tappi e cioè 16 e poi uno ne ha 13 e l'altro 11. Per scoprire quanti tappi ora ci sono in tutto ho tolto da 64 5 e 3 che sono il numero dei tappi persi ed erano rimasti 56 tappi. Io per scoprire quanti tappi ora ha ogni bambino ho tolto da 16 5 tappi per un bambino ed erano rimasti 11 tappi poi ho tolto da 16 3 tappi ed erano rimasti 13 tappi e gli altri due gli ho lasciati perché non hanno perso niente.*
3 b (Confronta con risposta di F. Tab. 1, 1c)	*Poi da quei tre bambini se ne aggiungono 3. Potranno giocare tutti i bambini con le coppie?*  **Foto 11** *7:2=3 col resto di 1* *Rispondo e spiego* *Io per scoprire se tutti i bambini potranno essere in coppia ho disegnato 4 bambini e poi ho aggiunto 3 bambini che si sono aggiunti e ho format le coppie ho scoperto che si formeranno 3 coppie però un bambino resterà senza coppia perché se con 7 formo gruppi di 2 rimane un bambino.*

3 c	*20 bambini della 2^A vogliono giocare a twister pero non vogliono fare a turno ma vogliono stare tutti primi, la maestra non sa cosa fare. Cosa si inventerà la maestra per fermarli?* *Rispondo e spiego* *Secondo me la maestra si puo inventare un altro modo. Io per scoprire come la maestra poteva fermare i suoi alunni poteva chiamare il diretore. Il direttore chiamo i genitori e mandava via i bambini dalla scuola.*
3 d	*Altri 8 bambini vogliono giocare a scacchi. Perciò ognuno prende 16 pedine come gli altri bambini. Quanti tappi toglieranno dalla scatola tutti i 12 bambini?* *Illustro la situazione*  **Foto 12** *Trasformo in calcolo* *16x12=180* *Spiego e rispondo* *Per scoprire che dalla scatola si toglieranno 180 tappi nel disegno ho disegnato 16 tappi per ognuno dei 12 bambini e gli o uniti in modo da scoprire quanti tappi toglieranno.*

3. ANALISI DELLA GESTIONE DELL'ATTIVITÀ

Dall'intervista realizzata prima delle attività riportiamo gli elementi che ci hanno guidato nell'analisi in termini di variabili di previsione, di processo e di prodotto.
L'insegnante, nel costruire le situazioni problematiche, cerca abitualmente e in modo sistematico di far emergere le questioni da risolvere facendo riferimento alla vita della classe e alle conoscenze degli alunni, in modo tale da guidare l'emergenza collettiva del sapere in costruzione.
Le attività sono state strutturate dall'insegnante in maniera tale da consentire agli allievi di confrontarsi con una situazione che creasse in loro una condizione di disequilibrio rispetto al sapere moltiplicazione.
Prima dello svolgimento dell'attività si è potuto rilevare, attraverso l'intervista, che l'insegnante ha effettuato una progettazione della stessa e una previsione della gestione in classe ed in particolare delle difficoltà che gli alunni avrebbero potuto incontrare e delle possibili soluzioni corrette. Inoltre, l'intenzione dichiarata dall'insegnante era quella da una parte di valutare quanto gli elementi contenuti nel problema potessero influenzare il ragionamento sul testo e dunque la risoluzione,

dall'altra di osservare l'uso della moltiplicazione o dell'addizione ripetuta nel calcolo risolutivo. Gli elementi dei testi che potevano condurre ad una rappresentazione errata della situazione problematica erano la parola "toglieranno" (problema 1) e le inferenze che il risolutore doveva effettuare sul testo relative al numero di caselle nere presenti in una scacchiera, che i bambini avevano già avuto modo di vedere tante volte (problema 2). L'insegnante era quindi consapevole del ruolo che avrebbero potuto giocare gli elementi denominati *fissità funzionali* del lessico in riferimento "a quegli automatismi che bloccano un vocabolo in una determinata funzione, [producendo] erronei processi di interpretazione." (Ferreri, 1998, p. 319)
Riportiamo per ciascuna fase la descrizione della realizzazione dell'attività tratta dalle note di osservazione, analizzando in particolare alcuni passi relativi alla discussione collettiva della terza fase.
L'attività in classe viene introdotta richiamando l'attenzione sull'argomento che verrà poi affrontato per far sì che la situazione problematica acquisti un senso per gli alunni. Durante l'esecuzione individuale del problema da parte dei bambini, l'insegnante non rende palesi le possibili difficoltà insite nella situazione problematica e invita i bambini a verbalizzare per iscritto il proprio percorso di soluzione e le eventuali difficoltà incontrate. L'insegnante chiede ai bambini di scrivere le proprie riflessioni sul procedimento e le difficoltà esplicitando lo scopo di tale richiesta:

- non influenzare e limitare il ragionamento dei compagni durante la risoluzione;
- saper dare un significato al proprio percorso risolutivo riconoscendo, motivando e eventualmente superando le difficoltà incontrate;
- riflettere ed esplicitare il ragionamento perché spiegare per iscritto aiuta la comprensione dei diversi passaggi che si stanno eseguendo.

Durante la fase di risoluzione individuale l'insegnante non guida nessun bambino alla soluzione corretta. Infatti, sia quando l'insegnante si rende conto che la soluzione individuata dal bambino non risulta adeguata sia quando la richiesta di aiuto da parte del bambino è esplicita, si limita ad utilizzare frasi del tipo: "Rileggi con attenzione il testo e controlla quello che hai scritto." Nel contempo ribadisce la necessità di "rispondere e spiegare" il procedimento ed il ragionamento fatto per trovare la soluzione del problema. Si innesca in questo modo un processo di devoluzione rispetto alla moltiplicazione ed una contemporanea istituzionalizzazione delle modalità di ricerca, determinazione e spiegazione della soluzione.
L'attività dell'alunno è rivolta ad agire sull'ambiente di apprendimento individualmente. Il sapere in questo caso funziona come soluzione alla difficoltà generata dal problema che l'alunno deve superare utilizzando le conoscenze pregresse che risultano il prerequisito per la risoluzione, ma così strutturate non sono sufficienti. È necessario ristrutturare tali conoscenze per superare le difficoltà incontrate, in una condizione del *milieu* che può essere considerata di azione-formulazione in quanto l'alunno deve trovare una *sua risposta* e deve formulare le procedure per spiegare come ha agito. *Le azioni che l'alunno compie, le risposte e le argomentazioni che fornisce devono essere funzioni del suo rapporto (non totalmente esplicito) con il sapere s, cioè con "il problema" che deve risolvere, o con "la*

difficoltà" che deve superare. Si può innescare in questo caso un processo di devoluzione all'alunno di una responsabilità nei confronti del sapere s (Polo, 1999).
Durante la fase di risoluzione individuale, l'insegnante, ha osservato le difficoltà dei bambini e come ognuno le abbia risolte, non arrivando necessariamente alla risposta corretta. Nell'avviare la discussione sulle difficoltà che hanno incontrato, l'insegnante è consapevole del fatto che non tutti i contenuti matematici messi in gioco durante la risoluzione del problema "dovranno" e "potranno" essere oggetto di discussione. Quindi l'insegnante al momento della discussione, in interazione con gli interventi degli alunni, dovrà effettuare delle scelte sugli argomenti da sviluppare.